



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

پیش آزمون

خردادماه
۱۴۰۴

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



تاریخ پیش آزمون: خردادماه ۱۴۰۴

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- اگر $A = \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ و $B = \frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+1}$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{A} + \sqrt{B}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}-1$ (۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}+1$

۲- در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول برابر ۲۱۳ و مجموع سه جمله دوم برابر ۱۷۷ است. تعداد جملات مثبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۳- فرض کنید α و β ریشه‌های معادله $\alpha x^2 - x + 4\beta = 0$ و $\alpha < \beta$ باشند. مقدار $\alpha - \beta$ کدام است؟ ($\beta \neq 0$)

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$
(۳) $-\frac{7}{2}$ (۴) $-\frac{9}{2}$

۴- اگر بازه (α, β) بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که نمودار تابع $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ در آن بازه پایین‌تر از نمودار $g(x) = 5 - x$ قرار گرفته است، جزء صحیح $\frac{\alpha + \beta}{2}$ چه عددی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

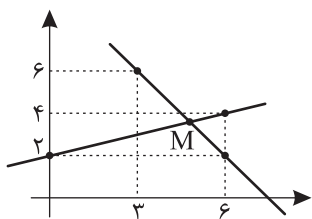
۵- تابع f با دامنه \mathbb{R} اکیداً صعودی و $f(2) = 3$ است. دامنه تابع $y = \sqrt{(x-5)(2-f^{-1}(3x))}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴
(۳) ۳ (۴) ۷

۶- چند جمله‌ای $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ بر $x^2 - 3x + 2$ بخش پذیر است. باقیمانده تقسیم $f(x)f(-x)$ بر $x + 3$ کدام است؟

- (۱) -240 (۲) -360 (۳) -270 (۴) -120

۷- در شکل زیر، فاصله نقطه M از مبدأ مختصات چقدر است؟



- (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) ۵
(۳) ۶ (۴) $\frac{22}{5}$

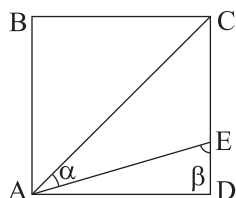
۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-1}\sqrt{2x+m}$ خط $4y = 7 + x$ را در نقطه‌ای به عرض $\frac{5}{3}$ قطع می‌کند. مقدار $f(9+4m)$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۹- اگر $m > 0$ و $\log_b a = m$ و $\log_{ab} a^3 b^2 = k$ مقدار $[k]$ چه عددی است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- در مربع شکل زیر $CE = 2ED$ است. حاصل $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ کدام است؟



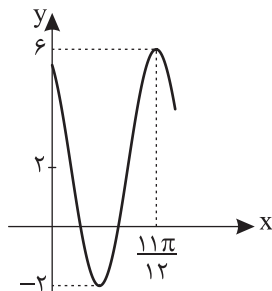
(۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin(bx - \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل $c + ab$ کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) -۱۰

(۳) -۶

(۴) ۶

۱۲- معادله مثلثاتی $\cos x + \sin 2x = 0$ در بازه $[0, \alpha]$ دارای ۳ جواب است. حداقل α کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{11\pi}{6}$ (۳) $\frac{19\pi}{6}$ (۴) $\frac{7\pi}{6}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{3-\sqrt{x}}-1}{\sin(\pi x)}$ چند برابر $\frac{2}{\pi}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $-\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{6}$

محل انجام محاسبات

۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3+b[-2x+3]}{\tan x - \sin x} = -\infty$ باشد، حداکثر مقدار $[2b]$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۵- اگر تابع $f(x) = \left\lfloor \frac{-4}{x} \right\rfloor + a \sin \frac{\pi|x|}{2}$ در $x = 2$ پیوسته باشد، در $x = 4$ به لحاظ پیوستگی چگونه است؟

- (۱) فقط پیوستگی چپ دارد. (۲) فقط پیوستگی راست دارد.
(۳) پیوسته است. (۴) حد دارد ولی پیوسته نیست.

۱۶- با فرض تابع $f(x) = x^2 + ax + b$ تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq a \\ f'(x) & x < a \end{cases}$ در $x = a$ مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۱۷- حداقل مقدار تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$ برابر -5 است. a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸- نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + bx + 4$ بر محل برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{bx+1}{2x+a-2}$ منطبق است. مقدار

b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- پاره خط AB و نیم خط Ax مفروض است و $0^\circ < \hat{x}AB < 180^\circ$ می‌باشد. چند نقطه وجود دارد که از نقاط A و B به یک فاصله و از

پاره خط AB و نیم خط Ax به یک فاصله باشد؟

- (۱) یک نقطه (۲) حداکثر یک نقطه
(۳) بی شمار (۴) نقطه‌ای وجود ندارد.

۲۰- در مثلث متساوی الساقین ABC با مساحت ۲، از نقطه‌ای روی قاعده BC خطوطی موازی ساق‌ها رسم می‌کنیم تا متوازی الاضلاعی به محیط ۸ ایجاد شود. مجموع فواصل این نقطه از دو ساق مثلث کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۱- در چهارضلعی $ABCD$ ، طول دو ضلع غیرمجاور، مساویند. در این صورت وسط دو ضلع غیرمجاور دیگر و وسط دو قطر، الزاماً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

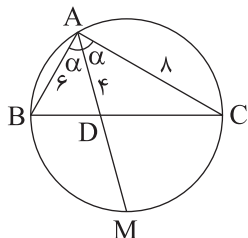
- (۱) دوزنقه (۲) لوزی (۳) مربع (۴) مستطیل

محل انجام محاسبات

۲۲- مجموع فاصله‌های نقطه M از سه ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی برابر ۳ است. حجم حاصل از دوران این مثلث حول یکی از ارتفاع‌های آن کدام است؟ (نقطه M درون مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارد).

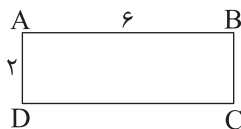
- (۱) 6π (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{5\pi}{2}$

۲۳- مثلث ABC محاط در دایره است. حاصل $BD \times DC$ برابر کدام است؟



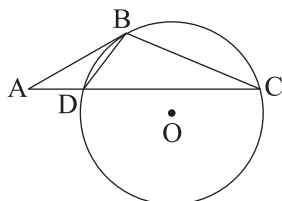
- (۱) ۱۶
(۲) ۲۴
(۳) ۳۲
(۴) ۴۸

۲۴- در مستطیل ABCD رأس A را نسبت به نیمساز داخلی زاویه D بازتاب می‌کنیم. سپس نقطه حاصل را نسبت به نیمساز داخلی زاویه B بازتاب می‌کنیم. فاصله رأس A تا نقطه تصویر نهایی کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $4\sqrt{2}$

۲۵- در شکل زیر، $BC = 4$ ، $BD = 2$ و AB به طول ۳ واحد بر دایره مماس است. طول AC چقدر است؟



- (۱) ۹
(۲) ۶
(۳) ۱۲
(۴) ۸

۲۶- اگر $A_{n \times n}$ ، $A^2 + 4I = O$ و $|A + 2I| = 8$ باشد، مقدار دترمینان ماتریس $A - 2I$ کدام است؟

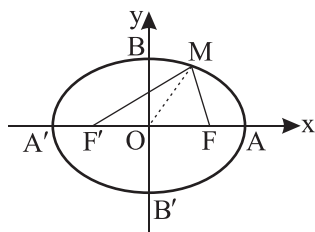
- (۱) ± 8 (۲) ± 4 (۳) ± 2 (۴) ± 16

۲۷- دایره‌ای به شعاع ۲ که بر نیمساز ناحیه دوم و محور yها مماس است را در نظر بگیرید. فاصله مرکز دایره تا محور xها کدام است؟

- (۱) $2 - 2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2} - 2$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) $2 + \sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۲۸- در بیضی شکل زیر با کانون‌های F و F' اگر $\widehat{OMF} = \widehat{OFM}$ ، $AF = 2$ و خروج از مرکز $\frac{2}{3}$ باشد، آنگاه حاصل $MF \times MF'$ برابر



کدام است؟

(۱) ۸۰

(۲) ۲۰

(۳) ۴۰

(۴) ۶۰

۲۹- وجه‌های یک مکعب مستطیل قسمت‌هایی از صفحات $x = -1$ و $x = 4$ و $y = 2$ و $y = 5$ و $z = -3$ و $z = 3$ است. نسبت طول قطر

این مکعب مستطیل به طول قطر وجهی که موازی صفحه yOz است، چقدر است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{14}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۴) $\sqrt{5}$

۳۰- اگر $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ چهار بردار در فضای \mathbb{R}^3 بوده و $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ، $|\vec{c}| = |\vec{d}| = 2$ ، $2\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c} = -\vec{d}$ و $|\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|} + \frac{\vec{d}}{|\vec{d}|}| = \sqrt{3}$ باشند، اندازه مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳۱- فرض کنید A, B, C سه مجموعه غیر تهی و دلخواه باشند. اگر $D = [A \cup (B - C)] \cup (C \cap B')$ و $E = ((B \cup C) - A) \cup (A \cap B)$

باشد، $D \subseteq E$ کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $A - B = \emptyset$ (۲) $A - C = \emptyset$ (۳) $A \cap C = \emptyset$ (۴) $A \cup B = C$

۳۲- ارزش گزاره $(p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q)$ درست است. با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها با کدام احتمال ارزش گزاره p نیز درست است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۳- ۹ نفر بازیکن بیس‌بال با اسامی $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ به گونه‌ای وارد زمین می‌شوند که a و g با فاصله یک نفر و c و e نیز با فاصله

یک نفر وارد زمین می‌شوند با کدام احتمال بین a و g نفر e وارد می‌شود؟

(۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۴- در ظرف A ، ۴ مهره سفید و ۴ مهره قرمز و در ظرف B ، ۳ مهره سفید و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف A ، ۵ مهره برداشته و در

ظرف B می‌اندازیم و سپس از جعبه B مهره‌ای انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید خواهد بود؟

(۱) $\frac{8}{13}$ (۲) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{11}{26}$ (۴) $\frac{5}{13}$

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر ۹ و $a-4$ ، $a-4$ و $2a-1$ مربع انحراف از میانگین داده‌های نمونه متمایز $1-3a$ ، $2a+2$ ، $2a$ و $a+3$ باشند، طول بازه اطمینان بالای ۹۵٪ برای برآورد میانگین با استفاده از این نمونه کدام است؟ (انحراف معیار جامعه با انحراف معیار نمونه برابر است.)

(۱) ۵ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

۳۶- در گراف G از مرتبه $P=10$ ، عدد احاطه‌گری $\gamma(G)=1$ می‌باشد. اگر گراف $4-\gamma$ مجموعه داشته باشد، حداقل اندازه گراف G کدام است؟

(۱) ۳۵ (۲) ۴۲ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۳۷- فرض کنید n کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که رابطه $n! \equiv 0^{72}$ برقرار است. باقیمانده تقسیم $(n+1)^{2n+1}$ بر ۴۳ کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۸ (۳) ۴۲ (۴) ۷

۳۸- باقیمانده تقسیم عدد $19 \times (25^{32} - 32^{25})$ به ۲۱ کدام است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۳

۳۹- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ چند جواب طبیعی دارد، به طوری که x_1 و x_2 هر دو فرد باشند؟

(۱) ۵۵ (۲) ۴۵ (۳) ۳۶ (۴) ۲۸

۴۰- ۴ مرد و m زن می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بنشینند. حداقل چند زن باید داشته باشیم تا مطمئن شویم حداقل ۷ تا زن کنار هم نشسته‌اند؟

(۱) ۱۹ (۲) ۳۱ (۳) ۳۶ (۴) ۲۵